RAMAKRISHNA MISSION VIDYAMANDIRA

(Residential Autonomous College affiliated to University of Calcutta)

B.A./B.Sc. FOURTH SEMESTER EXAMINATION, 2020 SECOND YEAR (BATCH 2018-21) MATH FOR ECONOMICS (General)

Instructions to the Candidates

- Write your College Roll No, Year, Subject & Paper Number on the top of the Answer Script.
- Write your Name, College Roll No, Year, Subject & Paper Number on the text body of your e-mail.
- Read the instructions given at the beginning of each paper/group/unit carefully.
- Only handwritten (by blue/black pen) answer-scripts will be permitted.

Date : 03/10/2020

- Try to answer all the questions of a single group/unit at the same place.
- All the pages of your answer script must be numbered serially by hand.
- In the last page of your answer-script, please mention the total number of pages written so that we can verify it with that of the scanned copy of the script sent by you.
- For an easy scanning of the answer script and also for getting better image, students are advised to write the answers on single side and they must give a minimum 1 inch margin at the left side of each paper.
- After the completion of the exam, scan the entire answer script by using Clear Scan: Indy Mobile App OR
 any other Scanner device and make a single PDF file (Named as your College Roll No) and send it to

পরীক্ষার্থীদের প্রতি নির্দেশিকা

- উত্তরপত্রের শুরুতে পরীক্ষার্থী নিজের কলেজ রোল নম্বর, বর্ষ, বিষয় এবং প্রশ্নপত্রের নম্বর লিখবে।
- উত্তরপত্র পাঠানোর ই-মেল-এর text body- তে পরীক্ষার্থী নিজের নাম, কলেজ রোল নম্বর, বর্ষ, বিষয়় এবং প্রশ্নপত্রের নম্বর
 লিখবে।
- প্রত্যেক প্রশ্নপত্র/বিভাগ/ইউনিটের আগে প্রদত্ত নির্দেশিকাগুলি ভালো করে পড়বে।
- কেবল হাতে-লেখা উত্তরপত্রই বিবেচিত হবে। উত্তরপত্র লেখার জন্য নীল/কালো পেন ব্যবহার করবে।
- একই বিভাগ/ইউনিট-এর সমস্ত উত্তর একই জায়য়গায় লেখার চেষ্টা করবে।
- সমস্ত উত্তরপত্রের প্রতিটি পৃষ্ঠার নম্বর ক্রমানুসারে হাতে লিখতে হবে।
- উত্তরপত্রের একেবারে শেষ পাতায় তুমি কতগুলি পৃষ্ঠায় উত্তরগুলি লিখেছ তা উল্লেখ করে দেবে। এর ফলে তোমার পাঠানো scanned file টি ঠিকমতো জমা পড়ল কিনা তা আমরা বুঝতে পারব।
- Scan এর সুবিধা এবং ভালো ছবি পাওয়ার জন্য ছাত্রদের বলা হচ্ছে যে তারা যেন উত্তরপত্রের প্রত্যেক পৃষ্ঠার এক দিকেই লেখে এবং বাম দিকে (Left side-এ) অন্তত ১ ইঞ্চি জায়গা ছেড়ে রাখে।
- পরীক্ষা শেষ হওয়ার পর ছাত্ররা Clear Scan: Indy Mobile App অথবা অন্য কোন Scanner device দিয়ে সমস্ত উত্তরপত্রটি Scan করবে এবং (নিজের কলেজ রোল নম্বরের নাম দিয়ে) একটি PDF file তৈরী করে সেটি examvmmtma@gmail.com এ পাঠিয়ে দেবে।

Group - A

Answer any one question:

 $[1 \times 5]$

- 1. a) Define convex set.
 - b) If x_1, x_2 be real, show that the set given by

$$X = \{(x_1, x_2) / x_1 \le 5, x_2 \ge 3\}$$
 is a convex set. [2+3]

2. Solve the following problems graphically and show that the two problems have the same optimal value

[5]

Minimize
$$z = 3x_1 + x_2$$

and

Maximize
$$z = 2x_1 + x_2$$

subject to
$$2x_1 + 3x_2 \ge 2$$

$$x_1 + x_2 \ge 1$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

subject to
$$2x_1 + x_2 \le 3$$

$$3x_1 + x_2 \le 1$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

3. a) Define slack and surplus variables.

[1+1]

b) Given the L.P.P

Maximize $Z = 3x_1 + 2x_2$

Subject to $3x_1 + 2x_2 \le 6$

$$x_1 - x_2 \ge -1$$

$$-x_1 - 2x_2 \ge 1$$
 , $x_1, x_2 \ge 0$

Reduce its constraints into equations by the addition of slack and surplus variables.

[3]

Group - B

Answer any three questions from Question No. 4 to 8:

 $[3 \times 5]$

- 4. a) Check whether the matrix A is diagonalisable or not, where $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. [3]
 - b) Does there exist a square matrix having no eigen vectors? Explain it with the help of a example. [2]
- 5. Find a matrix P such that $P^{-1}AP$ is a diagonal matrix, where $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

[5]

- 6. a) If $\lambda \in \mathbb{R}$ be an eigen value of an $n \times n$ matrix A. Prove that λ^2 be an eigen value of A^2 . [2]
 - b) Does a finite dimensional linear operator have always eigen values? Explain it with the help of a example. [3]
- 7. Let $T: P_2(\mathbb{R}) \to P_2(\mathbb{R})$ be a linear operator defined by T(f(x)) = f(x) + (x+1)f'(x).
 - a) Find $[T]_{\beta}$, where β is standard basis of the vector space $P_2(\mathbb{R})$.
 - b) State whether T is diagonalisable or not.

[2+3]

8. Let
$$T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$
 be a linear operator defined by $T \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a + 2b - 2c \\ -4a - 3b + 2c \\ -c \end{pmatrix}$.

Find eigen values and eigen vectors of the linear operator T. State whether T is diagonalisable or no. [4+1]

Group - C

Answer the following questions:

9. Consider the following payoff matrix:

	North	South	East	West
Earth	1,3	3,1	0,2	1,1
Water	1,2	1,2	2,3	1,1
Wind	3,2	2,1	1,3	0,3
Fire	2,0	3,0	1,1	2,2

- a) Does either row or column have a dominant strategy? Explain.
- b) Use iterated elimination of dominated strategies to reduce the game as much as possible.
- c) State the Nash equilibrium (or equilibria) of the game.

[1.5+1.5+2]

